

明道中學 106 學年度第二學期

高綜二學業競試 II

數學考科

命題老師：賴慧穗 老師

校題老師：王雅玲 老師

—作答注意事項—

考試範圍：第三冊全， 考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 7 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分

別在答案卡上的第 18 列的 \square^3 與第 19 列的 \square^8 畫記，如：

18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡

的第 20 列的 \square^- 與第 21 列的 \square^7 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（佔65分）

一、單一選擇題（佔30分）

說明：第1題至第6題，每題5個選項，其中只有一個是最適當的答案，畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對得5分；未作答、答錯或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列哪一個的值等於 $-\frac{1}{2}$ ？

- (1) $\sin 240^\circ$ (2) $\cos 150^\circ$ (3) $\tan 120^\circ$ (4) $\sin 300^\circ$ (5) $\cos 600^\circ$

2. 將一張畫有直角座標系的紙摺疊一次，發現點 $A(4,3)$ 與 $B(-8,7)$ 重合，此摺痕的直線方程式為 $y = mx + k$ ，則 $m + k =$

- (1) 13 (2) 14 (3) 15 (4) 16 (5) 17

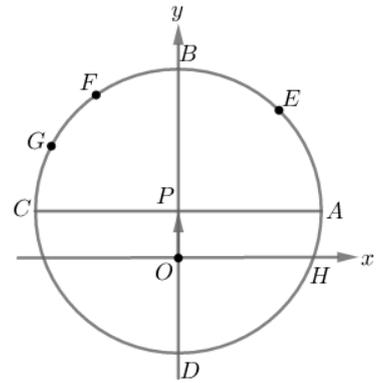
3. 在聯立不等式 $\begin{cases} x \geq y \\ 4x + y \leq 25 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 中共有多少個格子點？

- (1) 20 (2) 21 (3) 22 (4) 23 (5) 24

4. 坐標平面上與點 $(-6,0)$ 距離為3，且與點 $(0,8)$ 距離為5的直線共有幾條？

- (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5條以上

5. 如圖， O 為坐標平面的原點， P 為圓 $x^2 + (y-1)^2 = 9$ 的圓心， \overline{AC} 為圓的直徑且 $\overline{AC} \parallel x$ 軸， E 為 AB 的中點， F 、 G 為 BC 的三等分點，則下列哪一個向量與 \overrightarrow{OP} 的內積最大？

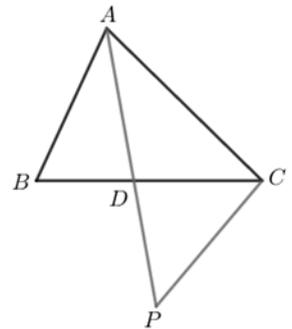


- (1) \overrightarrow{OA} (2) \overrightarrow{OE} (3) \overrightarrow{OF} (4) \overrightarrow{OG} (5) \overrightarrow{OH}

6. 設 A 、 B 、 C 為平面上不共線的三相異點，點 P 滿足

$$\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}, \overline{AP} \text{ 交 } \overline{BC} \text{ 於 } D, \text{ 則 } \Delta ABD : \Delta CDP \text{ 面積比為}$$

- (1) 3:14 (2) 3:11 (3) 4:15
(4) 4:11 (5) 6:11



二、多重選擇題 (佔 35 分)

說明：第7題至第13題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項畫記在答案卡之「解答欄」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得5分；答錯1個選項者，得3分；答錯2個選項者，得1分；所有選項均未作答或答錯多於2個選項者，該題以零分計算。

7. $0 \leq \theta < 360^\circ$ ， $\sin \theta \cdot \cos \theta < 0$ ， $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ ，下列敘述哪些是正確的？

- (1) $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{7}{5}$ (2) $\sin 2\theta = -\frac{24}{25}$ (3) $\cos 2\theta = \frac{7}{25}$
(4) $\tan 2\theta = -\frac{7}{24}$ (5) $\cos \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

8. 已知 k 為實數，平面上二直線 $L_1: x+ky=2$ 、 $L_2: kx+(k+6)y+4=0$ ，請選出下列敘述正確的選項。

- (1) 若 $k=-6$ ，則 $L_1 \perp L_2$
- (2) 若 $k=3$ ，則 $L_1 // L_2$
- (3) 若 $k=-2$ ，則 L_1 與 L_2 重合
- (4) 若 $k=1$ ，則 L_1 與 L_2 的銳夾角大於 30°
- (5) 不論 k 值為何， L_1 恆通過 P 點，若 P 亦在 L_2 上，則 $k=2$

9. 坐標平面上，下列有關圓的敘述哪些是正確的？

- (1) 滿足方程式 $x^2+y^2+4x-10y+30=0$ 的點 (x,y) 所成的圖形是一個實圓
- (2) 過相異三點 $A(-2,3)$ 、 $B(1,-3)$ 、 $C(-5,9)$ 的圓恰有一個
- (3) 圓 $(x-2)^2+(y-3)^2=5$ 與 x 軸、 y 軸的交點數共有 2 個
- (4) 直線 $3x+4y-4=0$ 與圓 $(x+1)^2+(y+2)^2=3$ 恰有一個交點
- (5) 過點 $P(-1,3)$ 做圓 $x^2+y^2=10$ 的切線，其方程式為 $x-3y+10=0$

10. 聯立不等式
$$\begin{cases} -2 \leq x+2y \leq 4 \\ x-y+4 \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$
 解的區域為 R ，請選出下列敘述正確的選項。

- (1) 點 $(-3,1)$ 在 R 中
- (2) 在 R 中， $x-3y+4$ 有最小值 $-\frac{16}{3}$
- (3) 在 R 中， $x-3y+4$ 有最大值 14
- (4) $y=mx+6$ 與 R 沒有交點時，最大的整數 m 為 2
- (5) $y=mx+6$ 與 R 沒有交點時，最小的整數 m 為 -2

11. 坐標平面上兩點 $A(3,8)$ 、 $B(38,50)$ ，請選出下列敘述正確的選項。

(1) 直線 AB 的參數式可寫為 $\begin{cases} x=3+5t \\ y=8+6t \end{cases}$ ， t 為實數

(2) \overline{AB} 的參數式可寫為 $\begin{cases} x=38-5t \\ y=50-6t \end{cases}$ ， $0 \leq t \leq 7$

(3) 直線 AB 與直線 $6x+5y=1$ 互相垂直

(4) \overline{AB} 的中垂線可寫為 $\begin{cases} x=20.5-6t \\ y=29+5t \end{cases}$ ， t 為實數

(5) \overline{AB} 上有 7 個格子點

12. $P(x,y)$ 為 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 的動點，請選出下列敘述正確的選項。

(1) 滿足 $x-2y=5$ 的 $P(x,y)$ 有 2 個

(2) $P(x,y)$ 使得 $3x+4y$ 有最大值 20

(3) $P(x,y)$ 使得 $3x+4y$ 有最小值 1

(4) $P(x,y)$ 使得 $\sqrt{(x+5)^2 + (y-10)^2}$ 有最大值 12

(5) $P(x,y)$ 使得 $\sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2}$ 為整數的 P 點共 8 個

13. 關於平面上的非零向量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 的敘述，請選出正確的選項。

(1) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

(2) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$

(3) 若 $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$ ，則 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 會平分 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角

(4) 若 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影為 \vec{c} ，則 $2\vec{a}$ 在 $2\vec{b}$ 上的正射影也是 \vec{c}

(5) 若 $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = \frac{2}{3}$ ，則 $(3\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (3\vec{a} - 2\vec{b})$

第貳部分：選填題（佔 35 分）

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（⑭~⑳）。

2. 每題完全答對給5分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

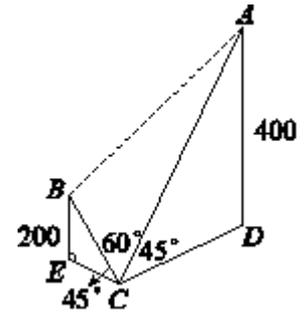
3. 答案若為分數必須化為最簡分數，若為根式必須化為最簡根式。

A. 坐標平面上三點 $A(1,3)$ 、 $B(144,60)$ 、 $C(160,44)$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 ⑭⑮⑯⑰

B. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ ，已知 $A(-7,0)$ 、 $B(1,6)$ 、 $D(-6,7)$ ，則 C 點坐標為 (18 19, 20 21)

C. 已知空中纜車在兩座高度分別為 400 公尺及 200 公尺的山頂 A 與 B 上來回運行。從地面一點測量出這兩座山頂的仰角皆為 45° ，且兩座山頂的視角為 60° ，若纜車每秒前進 2 公尺，則空中纜車從 A 到 B 一趟至少需 22 23 24 秒。

(參考數值 $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ，無條件進位算至整數位)

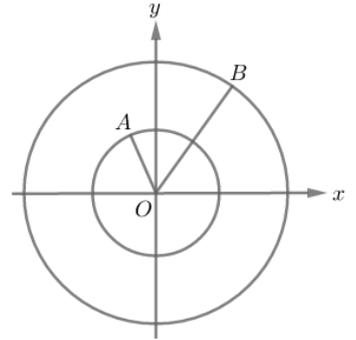


D. 小豪 想要運動減重，目前他想從事的運動有桌球與游泳。打桌球一小時花費 40 元，可消耗卡路里 450 大卡；游泳一小時花費 50 元，可消耗卡路里 500 大卡。若 小豪 每週最多能抽出 8 小時來運動，且預算以 350 元為上限。則 小豪 每週最多能消耗多少卡路里？
25 26 27 28 大卡。

E. 如圖，圓心在原點 O 的兩同心圓，大圓半徑是小圓半徑的 2 倍，

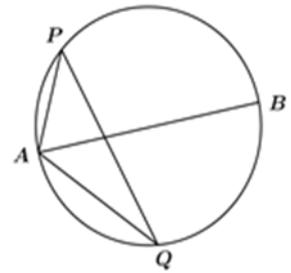
$A(-2,5)$ 在小圓上， $B(x_0, y_0)$ 在第一象限的大圓上，且 $\angle AOB = 60^\circ$ ，

若 $x_0 + y_0 = a + b\sqrt{3}$ ，則數對 $(a, b) = \underline{(\textcircled{29}, \textcircled{30})}$



F. \overline{AB} 為直徑的圓周上有兩點 P 、 Q ，已知 $\overline{AB} = 25$ ， $\overline{AP} = 7$ ，

$\overline{AQ} = 15$ ，則 ΔAPQ 的面積為 $\underline{\textcircled{31} \textcircled{32}}$



G. 圓心在直線 $x - 3y + 5 = 0$ 上，且同時與 x 軸、 $4x - 3y + 8 = 0$ 相切的圓中，半徑 r 為整數者，

其方程式為 $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ ，則有序數 $(h, k, r) = \underline{(\textcircled{33}, \textcircled{34}, \textcircled{35})}$

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} ((\sum_{i=1}^n x_i^2) - n\mu_X^2)}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

明道中學 106 學年度第二學期高綜二學業競試 II 數學參考解答
第壹部分：選擇題

一、單一選擇題

1. (5)	2. (2)	3. (4)	4. (4)	5. (3)	6. (1)
--------	--------	--------	--------	--------	--------

1. (1) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (5) $-\frac{1}{2}$ ，故選(5)

2. 摺痕為 \overline{AB} 的中垂線，過點 $(-2, 5)$ ，且斜率為 3，故直線方程式為 $y = 3x + 11$ ， $3 + 11 = 14$ ，故選(2)。

3.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	0~1	0~2	0~3	0~4	0~5	0~1
組數	1	2	3	4	5	6	2

共有 $1+2+3+4+5+6+2=23$ 個格子點，故選(4)

4. 以 $(-6, 0)$ 為圓心半徑 3 的圓，及以 $(0, 8)$ 為圓心半徑 5 的圓，求兩圓公切線共 4 條即為所求，故選(4)。

5. 考慮向量與 \overrightarrow{OP} 的夾角， $|\overrightarrow{OF}| \cos \theta$ 最大，則 \overrightarrow{OF} 與 \overrightarrow{OP} 的內積值最大。故選(3)

6. 令 $\overrightarrow{AD} = t \overrightarrow{AP}$ ，則 $\overrightarrow{AD} = 2t \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}t \overrightarrow{AC}$ ，因為 $B-D-C$ 共線，故 $2t + \frac{3}{4}t = 1$

$$\Rightarrow t = \frac{4}{11} \Rightarrow \overline{AD} : \overline{DP} = 4 : 7 \text{ 且 } \overrightarrow{AD} = \frac{8}{11} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{11} \overrightarrow{AC}, \Rightarrow \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 8,$$

設 ΔACD 面積 $= 8x \Rightarrow \Delta ABD = 3x$ 、 $\Delta CDP = 14x$ ， $\Rightarrow \Delta ABD : \Delta CDP$ 面積比為 3:14 故選(1)

二、多重選擇題

7. (2)(3)(5)	8. (2)(3)(4)	9. (3)(5)	10. (1)(2)(5)	11. (1)(2)(4)	12. (3)(4)(5)	13. (1)(5)
--------------	--------------	-----------	---------------	---------------	---------------	------------

7. $0 \leq \theta < 360^\circ$ ， $\sin \theta \cdot \cos \theta < 0$ ， $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ ，則 θ 在第二象限， $\sin \theta = \frac{3}{5}$ ，

(1) $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{1}{5}$ (2) $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta = -\frac{24}{25}$ (3) $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1 = \frac{7}{25}$

(4) $\tan 2\theta = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = -\frac{24}{7}$ (5) $\frac{\theta}{2}$ 在第一象限， $\cos \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，故選(2)(3)(5)

8.(1)若 $k = -6$ ，則 $\vec{n}_1 = (1, -6)$, $\vec{n}_2 = (-6, 0)$, $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0$ ，不成立

(2)若 $k = 3$ ，則 $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} \neq \frac{2}{-4}$ ，故 $L_1 \parallel L_2$ (3)若 $k = -2$ ，則 $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} = \frac{2}{-4}$ ，故 L_1 與 L_2 重合

(4)若 $k = 1$ ，則 $\vec{n}_1 = (1, 1)$, $\vec{n}_2 = (1, 7)$, \vec{n}_1 與 \vec{n}_2 的夾角餘弦 $\cos \theta = \frac{(1, 1) \cdot (1, 7)}{\sqrt{2} \times \sqrt{50}} = \frac{4}{5}$ ，夾角大於 30°

(5) L_1 恆通過 $P(2, 0)$ 點，將 P 代入 L_2 ，則 $k = -2$ ，故選(2)(3)(4)

9.(1)經整理 $(x+2)^2 + (y-5)^2 = -1$ ，無圖形 (2)此三點共線，不成立

(3)圓心 $(2, 3)$ ，半徑 $\sqrt{5}$ ，與 x 軸無交點、與 y 軸交 2 點，交點數共 2 個

(4)圓心 $(-1, -2)$ ，半徑 $\sqrt{3}$ ，圓心與直線 $3x + 4y - 4 = 0$ 距離 $\frac{|-3 - 8 - 4|}{5} = 3 > \sqrt{3}$ ，故無交點

(5)點 $P(-1, 3)$ 在圓上，切線方程式為 $(-1)x + (3)y = 10 \Rightarrow x - 3y + 10 = 0$ ，故選(3)(5)

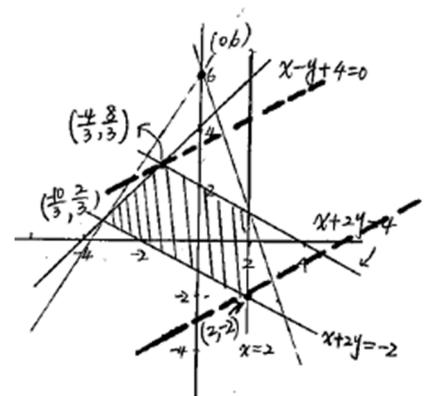
10.斜線區為 R

(1)點代入各不等式皆成立，正確

(2)如圖，在 $(\frac{-4}{3}, \frac{8}{3})$ 處 $x - 3y + 4$ 有最小值 $-\frac{16}{3}$

(3)如圖，在 $(2, -2)$ 處 $x - 3y + 4$ 有最大值 12

(4)(5) $y = mx + 6$ 表過點 $(0, 6)$ 斜率為 m 的直線，與 R 沒有交點時， m 的範圍為 $\frac{-5}{2} \leq m \leq \frac{8}{5}$ ，故最大的整數 m 為 1，最小的整數 m 為 -2 故選 (1)(2)(5)



11. $\vec{AB} = (35, 42) \parallel (5, 6)$ 為直線的方向向量

(1)成立 (2) $t = 0, 7$ 代入分別為 B 、 A 兩端點，正確

(3)直線 $6x + 5y = 1$ 的法向量為 $(6, 5)$ 與直線 AB 的法向量 $(-6, 5)$ 不垂直

(4) \vec{AB} 中點 $(20.5, 29)$ ，方向向量可為 $(-6, 5)$ 故正確

(5)由(2)， $t = 0 \sim 7$ ，有 8 個格子點 故選 (1)(2)(4)

12. $P(x, y)$ 為圓 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 上的動點

(1)圓與直線 $x - 2y = 5$ 無交點

(2)(3)利用柯西不等式 $[(x-1)^2 + (y-2)^2][3^2 + 4^2] \geq [3(x-1) + 4(y-2)]^2$
 $\Rightarrow -10 \leq (3x + 4y - 11) \leq 10 \Rightarrow 3x + 4y$ 有最大值 21、最小值 1

(4)點 $(-5, 10)$ 與圓心 $(1, 2)$ 相距 10，與圓有最大距離 12

(5)點 $(-1, -1)$ 與圓心 $(1, 2)$ 相距 $\sqrt{13}$ ，與圓上點距離 d ， $\Rightarrow \sqrt{13} - 2 \leq d \leq \sqrt{13} + 2$ ， d 為整數者有 $d = 2, 3, 4, 5$ 各 2 個，共有 8 個 故選 (3)(4)(5)

13.(1) 向量內積對向量加法有分配律，成立

(2) 向量內積沒有結合律，不成立

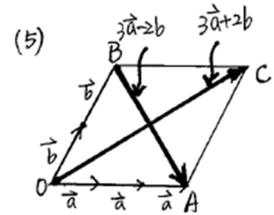
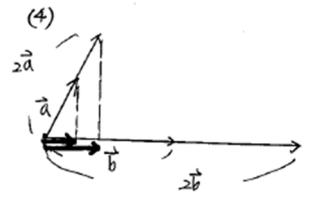
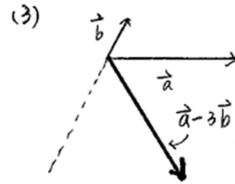
(3) 如右圖，不成立

(4) 如右圖，不成立

(5) 如右圖， $|\vec{OA}| = 3|\vec{a}|$ ， $|\vec{OB}| = 2|\vec{b}|$ ，

則 $|\vec{OA}| = |\vec{OB}|$ ， $OACB$ 為菱形，其對角線互相垂直，成立

故選 (1)(5)



第貳部分：選填題

A. $\vec{AB} = (143, 57)$ ， $\vec{AC} = (159, 41)$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為 $\frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 143 & 57 \\ 159 & 41 \end{vmatrix} \right| = 1600$

B. 設 $C(x, y)$ ，則 $\vec{AB} = (8, 6) \parallel (4, 3)$ ， $\vec{BC} = (x-1, y-6)$ ， $\vec{DC} = (x+6, y-7)$

$\vec{AB} \parallel \vec{CD} \Rightarrow \frac{4}{x+6} = \frac{3}{y-7}$ ； $\vec{BC} \perp \vec{CD} \Rightarrow (4, 3) \cdot (x-1, y-6) = 0$ ，解 $(x, y) = (-2, 10)$

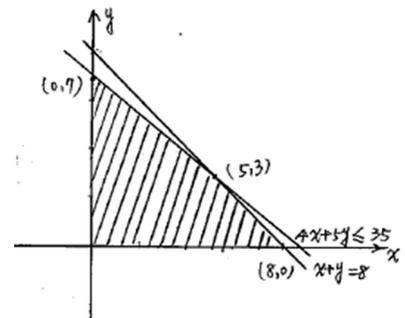
C. $|\vec{AB}|^2 = (200\sqrt{2})^2 + (400\sqrt{2})^2 - 2 \times 200\sqrt{2} \times 400\sqrt{2} \times \cos 60^\circ$ ， $\Rightarrow |\vec{AB}| = 200\sqrt{6}$

所需時間為 $\frac{200 \times 2.499}{2} \approx 245$ 秒

D. 設桌球 x 小時，游泳 y 小時，則

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 40x + 50y \leq 350 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

消耗熱量 $450x + 500y$ 在 $(x, y) = (5, 3)$ 時有最大值 3750 大卡



E. 設 A 點極坐標 $(r \cos \theta, r \sin \theta) \Rightarrow x = r \cos \theta = -2, y = r \sin \theta = 5$

則 B 點極坐標 $(2r \cos(\theta - 60^\circ), 2r \sin(\theta - 60^\circ))$ ，

$$x_0 = 2r \cos(\theta - 60^\circ) = 2r(\cos \theta \cos 60^\circ + \sin \theta \sin 60^\circ) = r \cos \theta + \sqrt{3}r \sin \theta = -2 + 5\sqrt{3}$$

$$y_0 = 2r \sin(\theta - 60^\circ) = 2r(\sin \theta \cos 60^\circ - \cos \theta \sin 60^\circ) = r \sin \theta - \sqrt{3}r \cos \theta = 5 + 2\sqrt{3}$$

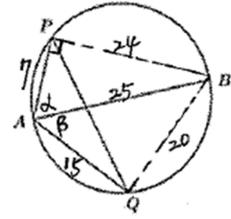
$$x_0 + y_0 = 3 + 7\sqrt{3}$$

F. 如圖， $\because \overline{AB}$ 為直徑， $\therefore \angle APB = 90^\circ = \angle AQB$ ，

$$\sin \alpha = \frac{24}{25}, \cos \alpha = \frac{7}{25}, \sin \beta = \frac{4}{5}, \cos \beta = \frac{3}{5},$$

$$\Rightarrow \sin(\alpha + \beta) = \frac{24}{25} \times \frac{3}{5} + \frac{7}{25} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \Delta APQ = \frac{1}{2} \overline{AP} \times \overline{AQ} \times \sin(\alpha + \beta) = 42$$



G. 圓心在直線 $x - 3y + 5 = 0$ 上，且圓心在 x 軸、 $4x - 3y + 8 = 0$ 的角平分線上

$$\Rightarrow \frac{|4x - 3y + 8|}{5} = \frac{|y|}{1} \Rightarrow \frac{4x - 3y + 8}{5} = \pm y, \text{ 有二解 } x - 2y = -2, 2x + y = -4$$

解聯立 $\begin{cases} x - 3y = -5 \\ x - 2y = -2 \end{cases}$ 、 $\begin{cases} x - 3y = -5 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$ 得圓心有二解 $(4, 3)$ (半徑 3) 和 $\left(\frac{-17}{7}, \frac{6}{7}\right)$ (半徑 $\frac{6}{7}$ ，不合)

故圓方程式為 $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 3^2 \Rightarrow (h, k, r) = (4, 3, 3)$