

明道中學 110 學年度 第一學期 高級部 期末考 高一數學 答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

基礎題得分：_____ 總分：_____

第一部分：基礎題(80%)：

一、填充題(55%，每題 5 分)

1. D	2. (3)	3. 24
4. 50	5. 3:8	6. 127
7. 195	8. 855	9. 400
10. 5950	11. 23100	

二、多選題(15%，每題 5 分)

說明：全對得 5 分，答錯一個選項得 3 分，答錯兩個選項的 1 分，其餘不給分。

12. (1)(3)(4)(5)	13. (2)(4)	14. (2)(3)(5)
------------------	------------	---------------

三、混合題(10%，每題 5 分)

15.

(1) 當 $n=1$ 時， $10^2+6 \cdot 12+15=\underline{100+72+15=187=11 \times 17}$ ，原式成立 【1%】

(2) 設 $n=k$ 時，原式成立，令 $10^{2k}+6 \cdot 12^k+15=11A$ ，(A 為自然數)

則 $n=k+1$ 時，

$$10^{2k+2}+6 \cdot 12^{k+1}+15=\underline{10^{2k} \cdot 10^2+6 \cdot 12^k \cdot 12+15}$$

$$=\underline{10^{2k} \cdot (1+99)+6 \cdot 12^k \cdot (1+11)+15}$$

$$=\underline{(10^{2k}+6 \cdot 12^k+15)+10^{2k} \cdot 99+12^k \cdot 11}$$

$$=\underline{11A+10^{2k} \cdot 99+12^k \cdot 11} \quad \text{【有將 } 11A \text{ 代入，再得 2%】}$$

$$=\underline{11(A+10^{2k} \cdot 9+12^k)} \quad (A+10^{2k} \cdot 9+12^k) \text{ 為自然數}$$

【化簡出正確結果，再得 2%】

故由數學歸納法得知 若 n 為自然數， $10^{2n}+6 \cdot 12^n+15$ 為 11 的倍數

16.

(1) (D) 【2%】 【未寫出計算過程或理由，不予計分】

(2) 680 個 【3%】

$$\begin{aligned} (1) & 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n(n+1) \\ &= 1 \times (1+1) + 2 \times (2+1) + 3 \times (3+1) + \dots + n \times (n+1) \\ &= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) + (1+2+3+\dots+n) \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad \text{故選(D)} \end{aligned}$$

$$(2) \text{第 } k \text{ 層需要 } 1+2+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2} \text{ 個高腳杯}$$

總共 15 層，所需高腳杯個數為

$$\begin{aligned} & \frac{1 \times 2}{2} + \frac{2 \times 3}{2} + \frac{3 \times 4}{2} + \dots + \frac{15 \times 16}{2} \quad \text{【列式正確，得 1%】} \\ &= \frac{1}{2} (1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 15 \times 16) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{15 \times 16 \times 17}{3} = 680 \text{ (個)} \quad \text{【化簡正確再得 2%】} \end{aligned}$$

第二部分：進階題(20%)：(20%，每題 5 分)

說明：多選題 全對得 5 分，答錯一個選項得 3 分，答錯兩個選項的 1 分，其餘不給分。

17. (4)(5)	18. (1)(3)(5)	19. 41230	20. 145
【多選題】	【多選題】	【填充題】	【填充題】